

«Lomonosov-2017» festivali

Matematika fanidan masalalar

Toshkent shahar

1. [5] $100!$ soni 2^n ga qoldiqsiz bo'linadigan n ning eng katta qiymatini toping.
2. [10] $a_n = 100a_{n-1} + n$ ($n > 10$) ketma-ketlik berilgan, bunda $a_{10} = 55$. $a_n : 99$ shart bajaraladigan n ning eng kichik qiymatini toping.
3. [10] $f(x)$ – uchinchi darajali ko'phad, uning bosh koeffitsiyenti 2 ga teng. $|f(k)| = 6$, $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$. $|f(0)|$ ning barcha mumkin bo'lgan qiymatlarini toping
4. [15] $S = \{1, 2, 3, \dots, 2017\}$ to'plam berilgan. Nechta $n \in S$ uchun : $f(n) = 1 + \frac{n}{1!} + \frac{n^2}{2!} + \frac{n^3}{3!} + \frac{n^4}{4!} + \frac{n^5}{5!} + \frac{n^6}{6!} \in \mathbb{Z}$
5. [15] Stolda 20 ta konfet turibdi. Ikki o'yinchi navbatma-navbat o'zlari xohlagan miqdorda konfet olishadi, ammo ular bir yurish davomida olgan konfetlarning soni kamida bitta va ko'pi bilan, qolgan konfetlarning yarmicha bo'lishi mumkin. Konfet olish imkoniyati qolmagan o'yinchi yutqizgan hisoblanadi. Bir o'yinchi ikkinchisini doimo mag'lub eta oladigan o'yin strategiyasi mavjudmi? Agar mavjud bo'lsa, u qanday? .
6. [10] a_2, \dots, a_{10} – shunday musbat haqiqiy sonlarki, $a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_{10} = 1$
 $(1 + a_2)^2 (1 + a_3)^3 \cdot \dots \cdot (1 + a_{10})^{10} > 10^{10}$ ekanini isbotlang.
7. [20] Qayiq daryo bo'yiga o'rnatilgan plakatga parallel suzib ketmoqda. Qayiq machtasiga o'rnatilgan chiroq bu plakatni yoritmoqda. Chiroq plakatning soyasi yerga to'liq tushadigan qilib balandlikda o'rnatilgan. Qayiq plakatdan 100 metr uzoqlikda suzayotganda qayiqdagi dengizchi plakat ortidagi soyani tiniq ko'raoladi. Qayiq va plakat orasidagi eng yaqin masofa 60 metr. Plakat ortidagi soyaning yuzasini eng kichik qiymatini eng kattasiga nisbatini toping.
8. [15] A va C uchlaridagi burchaklari to'g'ri bo'lgan $ABCD$ qavariq to'rtburchak berilgan. Enuqta AD tomonning davomida (D uchi tomonda) joylashgan bo'lib, $\angle ABE = \angle ADC$ munosabat o'rinli ekani ma'lum. K nuqta A nuqtaga nisbatan C nuqtaning simmetrik nuqtasi bo'lsa, $\angle ADB = \angle AKE$ tenglik isbotlansin.

Ma'lumot: $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$