# *Условия задач по математике*

# *Фестиваля «Ломоносов-2017»*

***город Ташкент***

1. **[5]** Каково максимальное значение n, при котором 100! Делится на $2^n$ ?
2. **[10]** Дана последовательность $a_n$=100$a_{n-1}$+n (при n>10). $a_{10} = 55$. Найти наименьшее n такое, что $a_n$ ⋮99.
3. **[10]** f(x)- кубический многочлен. Старший коэффициент равен 2. $|f(k)| = 6$,при k = 1,2,3,4,5,6.

   Найдите всевозможные значения $|f(0)|$.
4. **[15]** Дано множество S={1,2,3,...,2017}. Дана функция: f(n)=$1 + \frac{n}{1!} + \frac{n^2}{2!} + \frac{n^3}{3!} + \frac{n^4}{4!} + \frac{n^5}{5!} + \frac{n^6}{6!}$

   Найти количество n$\in S$, для которых верно: f(n)$\in Z$
5. **[15]** На столе 20 конфет. Двое игроков по очереди берут столько конфет, сколько хотят, но они за ход должны взять как минимум одну и никогда более, чем половина того, что осталось. Проигравшим оказывается тот, у которого больше не будет возможности взять конфету. Возможно ли просчитать ходы так, чтобы один игрок гарантированно заставил другого проиграть? Если да, то как?
6. **[10]** Пусть $a_2, \ldots, a_{10}$– положительные действительные числа такие, что $a_2 \cdot a_3 \cdot \ldots \cdot a_{10}=1$

   Докажите, что: $(1+ a_2)^2(1+ a_3)^3 \cdots (1+ a_{10})^{10} > 10^{10}$
7. **[20]** Лодка плывет по реке параллельно плакату, установленному на берегу реки. Лампа, установленная на мачте лодки, освещает этот плакат. Высота лампы над палубой лодки такова, что плакат отбрасывает на землю полную тень. Во время движения лодки моряк на капитанском мостике начинает видеть четкую тень, когда лодка находится на расстоянии 100 метров от плаката. Лодка проплывает мимо плаката на ближайшей дистанции в 60 метров. Каково будет соотношение минимальной площади тени к максимальной площади тени, отбрасываемой плакатом, когда лодка проплывает мимо?
8. **[15]** Выпуклый четырёхугольник ABCD имеет прямые углы в точках A и C. Точка E лежит на продолжении стороны AD за D так, что ∠ABE = ∠ADC. Точка K симметрична точке C относительно точки A. Докажите, что ∠ADB = ∠AKE.

Справка: n! = 1*2*3*….*n